

Logique

Les bases

Sommaire

- 1) Propositions
- 2) Connecteurs logiques
- 3) Tables de vérité
- 4) Calcul propositionnel

Proposition : Phrase qui a une valeur de vérité
(vrai ou faux)

Exemples : "2 est pair" $\leftarrow$ Prop. vraie

"5 est un mult. de 2" $\leftarrow$ Prop. fausse

" $x^2 + 1$ " $\leftarrow$ Pas une prop.

" $x^2 + 1 > 4$ "

Notation : $P, Q, R, \dots$

Négation : Proposition vraie quand P est
(de P) fausse (et réciproquement)

Exemple : "2 est ^V pair" $\leftarrow$ "2 est ^F impair"
"l'herbe ^F est bleue" $\leftarrow$ "l'h. ^V n'est pas bleue"
" $x < 1$ " $\leftarrow$ " $x \geq 1$ "

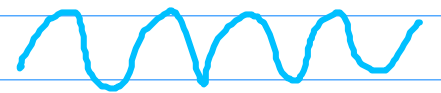


$\geq, \leq$

aigu, obtus

positif, négatif

croissant, décroissant



Notation Non P $\neg P$

P ET Q : vraie quand P et Q sont vraies

P OU Q : vraie quand P est vraie ou Q est vraie

⚠ ou n'est pas exclusif

Exemples

" $x \geq 0$ " : " $x > 0$ " ou " $x = 0$ "

"ABC est rectangle isocèle" :

"ABC est rectangle" ET "ABC est isocèle"

Notation : $P \text{ ou } Q$, $P \vee Q$ $P \text{ ET } Q$, $P \wedge Q$

Tables de vérité

0 = F

1 = V

P	non P
0	1
1	0

P	Q	non(P ou Q)	non(P ET Q)
0	0	0 1	0 1
0	1	1 0	0 1
1	0	1 0	0 1
1	1	1 0	1 0

Négation de ET / OU

$$\text{NON} (P \text{ ET } Q) \iff (\text{NON } P) \text{ OU } (\text{NON } Q)$$

$$\text{NON} (P \text{ OU } Q) \iff (\text{NON } P) \text{ ET } (\text{NON } Q)$$

Exemples

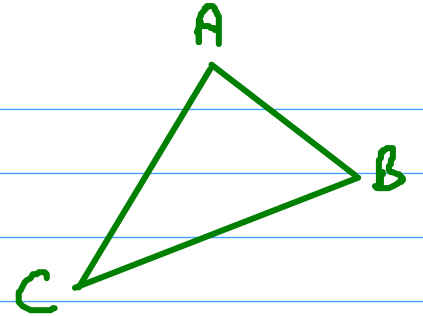
" (u_n) est croissante et majorée"

Nég: " (u_n) n'est pas croissante" OU " (u_n) n'est pas majorée"

"ABCD est un losange ou un rectangle"

Nég: "ABCD n'est pas un los." ET "ABCD pas un rect."

⚠ Attention aux ET / ou cachés



"ABC est isocèle"

" $AB = AC$ " ou " $AB = BC$ " ou " $AC = BC$ "

Nég: " $AB \neq AC$ " et " $AB \neq BC$ " et " $AC \neq BC$ "

"ABC est équilatéral"

" $AB = AC$ " et " $AB = BC$ " (et " $AC = BC$ ")

Nég. " $AB \neq AC$ " ou " $AB \neq BC$ "

" $AB = AC = BC$ " $\xrightarrow{\text{nég}}$ ~~" $AB \neq AC \neq BC$ "~~

$1 \neq 0$ $0 \neq 1$
 ~~$1 \neq 0$ 1~~

Calcul propositionnel

$$\underline{\text{NON}(P \text{ ET } Q)} \iff \underline{(\text{NON } P) \text{ OU } (\text{NON } Q)}$$

P	Q	P ET Q	NON(P ET Q)	NON P	NON Q	(NON P) OU (NON Q)
0	0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1
1	0	0	1	0	1	1
1	1	1	0	0	0	0

À vous de jouer !

① Nier les propositions :

"J'ai une voiture grise"

" $0 \leq x < 1$ "

" (u_n) est arithmétique de raison 2"

" $(2 < 3)$ ou $(2 \text{ divise } 5)$ "

② Montrer (avec les tables de vérité) que :

$$\rightarrow \underline{P \text{ ou } (Q \text{ ET } R)} \Leftrightarrow \underline{(P \text{ ou } Q) \text{ ET } (P \text{ ou } R)}$$

$$\rightarrow \underline{P \text{ ET } (Q \text{ ou } R)} \Leftrightarrow \underline{(P \text{ ET } Q) \text{ ou } (P \text{ ET } R)}$$

