

Logique

Implications et équivalences (Exercices)

$$P \text{ ET NON } Q \quad (P \Rightarrow Q) \Leftrightarrow (Q \text{ OU NON } P)$$

NON Q ET P

NON Q $\Rightarrow$ NON P

Q $\Rightarrow$ P

① Négation, contraposée, réciproque de :

"Si je regarde Martin Trausard, alors je serai prêt pour la prépa" ✓

Nég: Je regarde M. ^PT. et je ne serai pas prêt ^Q F P ET NON Q

Cont. Si je ne suis pas prêt, alors je n'ai pas reg. MT ✓ NON Q $\Rightarrow$ NON P

Réc. Si je suis prêt, alors j'ai regardé MT ? F Q $\Rightarrow$ P

" n pair $\Rightarrow n^2$ pair" ✓

$$n = 2k \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$n^2 = 4k^2 = 2(2k^2)$$

Nég n pair ET n^2 impair F P ET NON Q

Cont. n^2 impair $\Rightarrow n$ impair ✓ NON Q $\Rightarrow$ NON P

Réc cont: n^2 pair $\Rightarrow n$ pair ✓ $n = 2k+1$
 $n^2 = 4k^2 + 4k + 1$ (1) Q $\Rightarrow$ P

" Si tu veux la paix, prépare la guerre" $P \Rightarrow Q$ $Q \text{ ou non } P$
 $\text{NON}(P \Rightarrow Q)$

Nég. Tu veux la paix ET tu ne prépares pas... $P \text{ ET NON } Q$

Cont. Si tu ne prép. pas la g, alors tu ne veux pas la paix $\text{NON } Q \Rightarrow \text{NON } P$

Réc. Si tu prép. la g, alors tu veux la paix $Q \Rightarrow P$

" (u_n) croissante et majorée $\Rightarrow (u_n)$ converge" $\checkmark$
 P : croiss ET maj. Q

$\text{NON } P$: u_n pas croiss OU pas maj

Nég. : (u_n) croiss et maj et (u_n) ne conv. pas F

Cont. (u_n) ne conv pas $\Rightarrow (u_n)$ pas croiss ou (u_n) pas maj. $\checkmark$

Réc. (u_n) conv $\Rightarrow (u_n)$ croiss et majorée $\checkmark$
 F

$$P \Rightarrow Q \Rightarrow R$$

À vous de jouer!

②

Taille de vérité de :

P F
Q V
R F

$$P \Rightarrow Q$$

$$P \Rightarrow Q \quad \checkmark$$

Q ou non P

$$(P \Rightarrow Q) \Rightarrow R \quad \text{F} \quad \text{ⓔ}$$

$$P \Rightarrow (Q \Rightarrow R) \quad \text{Ⓢ}$$

P	Q	R	$P \Rightarrow Q$	$Q \Rightarrow R$	$(P \Rightarrow Q) \Rightarrow R$	$P \Rightarrow (Q \Rightarrow R)$
0	0	0	1	1	0	1
0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	1	0	0	1
0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1
1	1	0	1	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1

Exercice Bonus

Soit P, Q, R des propositions. Montrer que :

$$\underline{Q \Leftrightarrow R} \quad \Leftrightarrow \quad \underline{(P \Rightarrow Q) \Leftrightarrow (P \Rightarrow R)}$$

$(R \Rightarrow Q \text{ ET } Q \Rightarrow R)$
 $(Q \text{ OU NON } R) \text{ ET } (R \text{ OU NON } Q)$

- ① Avec une table de vérité
- ② En réécrivant les $\Rightarrow$ et $\Leftrightarrow$ avec NON, ET, ou

Solution : martintroussard.fr