

Théorie des ensembles

Modes de génération d'un ensemble

Modes de génération d'un ensemble

Extension : Explicitation de tous les éléments

Exemple : { Paris, Lyon, Bordeaux } { 1, 2, 3, 4, ..., 27 }

Compréhension : Propriété caractérisant les éléments

$$E = \left\{ x \in \text{Ensemble de départ} \mid \text{Propriété} \right\}$$

↑
l'ens. des

↑
tels que

↓

$$\{ n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 27 \}$$

Exemple $[0, 1[= \{ x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x < 1 \}$

Image directe : Formule permettant de décrire les éléments

$$E = \left\{ \text{Formule (variables)} \mid \text{Ensemble d'origine des variables} \right\}$$

Exemple $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} \mid p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{N}^* \right\}$

(Annotations: "l'ens des" points à p, "lorsque" points à q)

Exemple : Entiers pairs inférieurs à 10 (pas.)

Extension : $\{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$

Compréhension : $\left\{ \frac{n \in \mathbb{N}}{\text{départ}} \mid \frac{n \text{ pair ET } n \leq 10}{\text{Propriété}} \right\}$

Image directe : $\left\{ \underline{2k} \mid k \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\} \right\}$

Couple : Donnée de deux objets dans un ordre déterminé

$$\begin{matrix} (a, b) \\ \in E \quad \in F \end{matrix}$$

Exemple : (Paris, France) (3, -4) Pt du plan

$$\underline{(1, 2) \neq (2, 1)} \quad \{1, 2\} = \{2, 1\} \quad \underline{(1, 1)} \quad \{1, 1\} = \{1\}$$

Extension : Triplet, quadruplet, n-uplet

$$\begin{matrix} \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ (1, 7, 2) & (4, 5, 2, 1) & (1, 2, 3, \dots, n) \\ (1, 0, 1) & & \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{2^n}\right) \\ (\mathbb{R}, \mathbb{Q}, \mathbb{Z}) & & \end{matrix} \quad \underline{n \in \mathbb{N}}$$

Produit cartésien de E et F

Ensemble des couples (a, b) avec $a \in E$ et $b \in F$

$$E \times F = \{ (a, b) \mid a \in E \text{ ET } b \in F \} \quad (\text{img. directe})$$

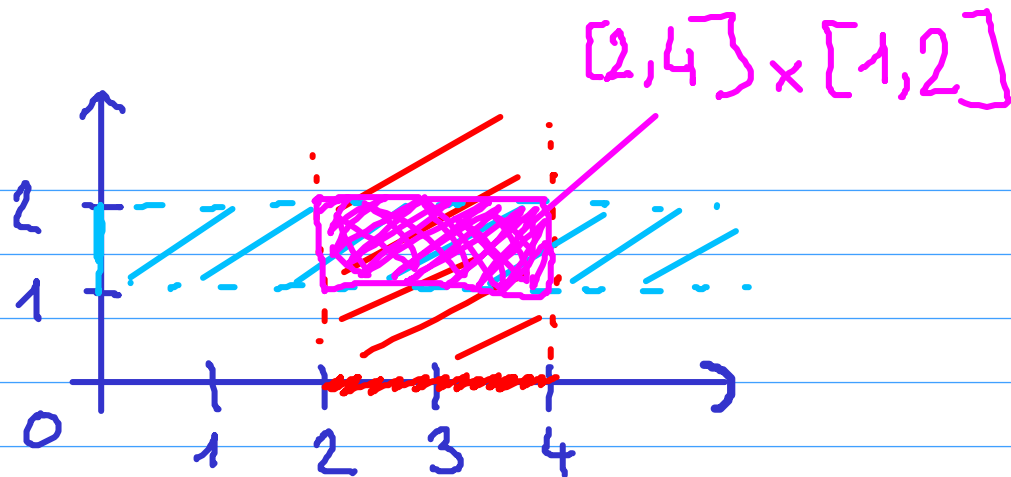
Exemple $E = \{1, 2, 3\}$ $F = \{A, B, C, D\}$

	A	B	C	D
1	(1, A)	(1, B)	(1, C)	(1, D)
2	(2, A)	(2, B)	(2, C)	(2, D)
3	(3, A)	(3, B)	(3, C)	(3, D)

$$E \times F = \{ (1, A), (1, B), \dots \}$$

Exemple : $[2,4] \times [1,2]$

$\uparrow$ $\uparrow$
(a , b)
absc. ord.



Notation : $E \times E = E^2$

Exemple : $\mathbb{R}^2$ plan muni d'un repère

Produit cartésien de n ensembles : $E_1 \times E_2 \times \dots \times E_n$
 $(a'_1, a'_2, \dots, a'_n)$

Exemple : $\mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$
 $\uparrow$ $\uparrow$ $\uparrow$
(a , b , c)

espace muni d'un repère

À vous de jouer!

① Soit $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid -2x + 5y + 1 = 0\}$) Comp.

$B = \{(-2 - 10t; -1 - 4t) \mid t \in \mathbb{R}\}$) Img d.

Montrer que $A = B$

$A \subset B$

$B \subset A$

Soit $(x, y) \in A, \dots (x, y) \in B$

Soit $(x, y) \in B, \dots (x, y) \in A$

② Soient A, B, C trois ensembles.

1) Montrer que :

a) $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$

b) $(A \cap B) \times C = (A \times C) \cap (B \times C)$

2) Montrer que $(A \times B) \cup (C \times D) \neq (A \cup C) \times (B \cup D)$

Contre ex.